

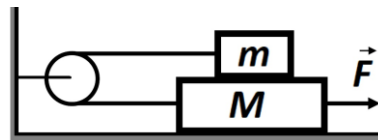


VII
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије
ЗАДАЦИ

ОКРУЖНИ НИВО
10.03.2024.

1. Тело је бачено вертикално навише са висине $H = 10 \text{ m}$ почетном брзином $v_0 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Колика је брзина тела приликом удара о Земљу? Са које висине би требало бацити тело вертикално навише истом почетном брзином да би, приликом удара о Земљу, имало дупло већу брзину у односу на први случај?
2. Атлетска стаза је кружног облика, дужине $O = 400 \text{ m}$. Марина је кренула да трчи са стартне линије равномерно убрзано и након времена $t_1 = 10 \text{ s}$ достигла жељену брзину $v_1 = 3,6 \text{ m/s}$, којом надаље трчи. Ненад са стартне линије креће $\Delta t = 240 \text{ s}$ након Марине, крећући се константном брзином $v_2 = 4,2 \text{ m/s}$. Након колико времена од почетка Марининог кретања ће Ненад стићи Марину?
3. На хоризонталном столу лежи тело масе $M = 1 \text{ kg}$, а на њему друго тело масе $m = 0,5 \text{ kg}$. Тела су повезана помоћу лаке, неистегљиве нити пребачене преко котура занемарљиве масе (слика 1). На доње тело делује хоризонтална сила $F = 12 \text{ N}$. Одредити убрзање којим се доње тело удаљава од котура. Коефицијент трења између тела износи $\mu = 0,2$, док је коефицијент трења између доњег тела и подлоге занемарљив.
4. Два идентична тела истовремено се пуне са висине $H = 2 \text{ m}$, прво тело слободно пада, док се друго спушта низ непокретну стрму раван нагибног угла 30° , при чему је коефицијент трења између тела и подлоге занемарљив. Наћи однос пређених путева првог и другог тела у последњих $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ њихових кретања.
5. О десни крај полуге помоћу лаке неистегљиве нити окачено је стаклено тело облика коцке, странице $a = 30 \text{ cm}$, при чему је половина коцке потопљена у посуду са водом. О леви крај полуге помоћу лаке неистегљиве нити окачена је канта масе $m = 50 \text{ kg}$. Ослонац се налази на средини полуге. Када је полуга у равнотежи, у канти се налази 5 куглица, једнаких маса, m_k . Када се посуда са водом уклони, да би полуга остала у равнотеже, у канту се додаје максималан могућ број куглица са којим се може постићи равнотежа, а затим се, до тренутка успостављања равнотеже, у канту сипа потребна количина воде. Колико куглица масе m_k се налази у канти у случају када посуда са водом није присутна у систему? Колика је маса воде коју је потребно сипати у канту? Густина стакла је $\rho_s = 2400 \text{ kg/m}^3$, густина воде $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$.



Слика 1

Узети да је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Сваки задатак носи 20 поена.

Задатке припремила: др Нора Тркља Боца, Физички факултет, Београд

Рецензент: Проф. др Иван Манчев, ПМФ, Ниш

Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!



VII

РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА

ОКРУЖНИ НИВО
10.03.2024.

1. начин: Када се тело врати на висину H имаће исти интензитет брзине којом је бачено вертикално навише, па се проблем може посматрати као хитац наниже са почетном брзином v_0 [5п]. Брзина тела приликом удара о Земљу добија се из израза: $v^2 = v_0^2 + 2gH$, тј. $v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$ [6п], па је $v \approx 14,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1п]. Висина са које би требало бацити тело у другом случају добија се из једначине $v_1^2 = v_0^2 + 2gH_x$ [3п], тј. $4v^2 = v_0^2 + 2gH_x$ [2п], па је $H_x = \frac{3v_0^2}{2g} + 4H \approx 42,4 \text{ m}$ [2+1п].

2. начин: Када тело пада стигне у највишу тачку, брзина тела је нула, па важи: $0 = v_0^2 - 2gh_{\text{max}}$, па је $h_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$ [4п]. После тога тело слободно пада, прелазећи пут $s = h_{\text{max}} + H$ [3п]. Брзина тела приликом удара о Земљу добија се из израза: $v^2 = 0 + 2gs$, тј. $v = \sqrt{2gs} = \sqrt{2g(h_{\text{max}} + H)} = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$ [4п], па је $v \approx 14,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1п]. Максимална висина у односу на Земљу коју мора достићи тело да би му брзина приликом удара о Земљу била duplo већа него у првом случају добија се из једначине: $v_1^2 = 0 + 2gH_2 = 2gH_2 = (2v)^2 = 4v^2$ [4п], па је $H_2 = \frac{2(v_0^2 + 2gH)}{g} = \frac{2v_0^2}{g} + 4H$ [2п]. Висина са које би требало бацити тело у другом случају је $H_x = H_2 - h_{\text{max}} \approx 42,4 \text{ m}$ [1+1п].

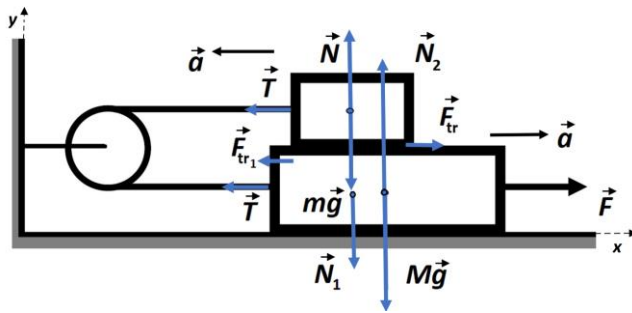
2. Током првих $t_1 = 10 \text{ s}$ Марина се креће равномерно убрзано убрзањем $a_1 = \frac{v_1}{t_1}$ [3п] и прелази пут $s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{v_1 t_1}{2}$ [3п]. До тренутка када Ненад започиње трчање, Марина прелази пут $s_M = v_1(\Delta t - t_1) + s_1 = 846 \text{ m}$ [3п], тј. направи два пуна круга на стази и налази се на растојању $x = s_M - 20 = 46 \text{ m}$ од стартне линије, тј. од Ненада [3п]. Ненад стиже Марину након времена $t_x = \frac{x}{v_2 - v_1} = 76,67 \text{ s}$ од почетка свог кретања [4п], тј. након времена $t_x^I = t_x + \Delta t \approx 316,67 \text{ s}$ од почетка Марининог кретања [3+1п].

3. Убрзања оба тела су истог интензитета, а супротних смерова (нит је неистегљива). На тела делују силе приказане на слици 1. Једначина кретања горњег тела је: $m\vec{a} = \vec{T} + \vec{F}_{\text{tr}} + \vec{N} + m\vec{g}$ [1п], а пројекције на x и y осу дају: $ma = T - F_{\text{tr}}$ [2п] и $N = mg$ [2п]. Сила трења је $F_{\text{tr}} = \mu N = \mu mg$ [2п]. За доње тело важи: $M\vec{a} = \vec{F} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{tr}_1} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + M\vec{g}$ [1п], пројекција једначине на x осу: $Ma = F - T - F_{\text{tr}_1}$ [2п]. Важи: $F_{\text{tr}_1} = F_{\text{tr}} = \mu mg$ [3п]. Комбинацијом једначина добија се: $Ma = F - ma - 2\mu mg$ [4п], па је $a = \frac{F - 2\mu mg}{m + M} = 6,69 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ [2+1п].

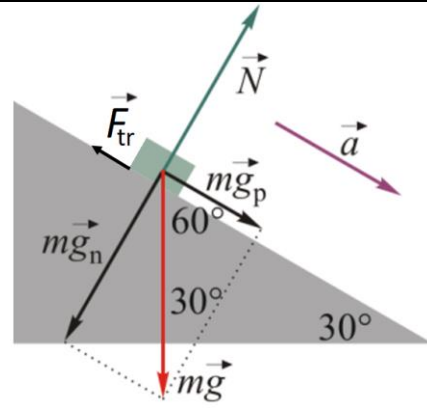
(Напомена: Уколико у току израде 2. задатка нису рачунате успутне бројне вредности, не одузимати поене!)

4. Тело које слободно пада, након времена $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0,639 \text{ s}$ пада на Земљу [1+1п], до последњих $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ секунди прелази пут $h = \frac{g(t_1 - \Delta t)^2}{2}$ [2п], па у последњих $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ секунди прелази пут $h_x = H - h$ [2п]. На тело које се креће по стрмој равни делују силе приказане на слици 2. Укупан пут који тело прелази по стрмој равни је $s = 2H$ [2п]. Једначина кретања тела на стрмој равни је $ma = mg_p = m\frac{g}{2}$ [2п], па је убрзање тела $a = \frac{g}{2}$ [1п]. Време за које тело пређе пут s је $t_2 = \sqrt{\frac{4s}{g}} = 1,277 \text{ s}$ [1+1п]. До последњих $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ прелази пут $s_1 = \frac{g(t_2 - \Delta t)^2}{4}$ [2п], па у последњих $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ прелази пут $s_x = s - s_1$ [2п]. Однос пређених путева тела у последњих $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ кретања износи $x = \frac{h_x}{s_x} \approx 0,756$ [3п].

5. У првом случају једначина равнотеже има облик: $mg\frac{l}{2} + 5m_K g\frac{l}{2} = \rho_S a^3 g\frac{l}{2} - \frac{1}{2}\rho_V a^3 g\frac{l}{2}$ [5п]. Маса једне куглице је $m_K = a^3 \frac{\rho_S - \rho_V}{5} - \frac{m}{5}$ [3п]. У другом случају, када посуда са водом није присутна, једначина равнотеже има облик: $mg\frac{l}{2} + (5 + x)m_K g\frac{l}{2} = \rho_S a^3 g\frac{l}{2}$ [5п]. Комбинацијом претходних једначина, добија се $xm_K g = \frac{1}{2}\rho_V a^3 g$, тј. $x = \frac{\rho_V a^3}{2m_K} \approx 51,92$ [3+1п], тј. потребно је додати 51 куглицу у канту [1п], а разлику од $m_V = (x - 51)m_K \approx 0,24 \text{ kg}$ је потребно уравнотежити досипањем воде [2п].



Слика 1



Слика 2

Признати и другачије бројне вредности ако су последица другачијег, али правилног, заокруживања.